

Actividad 9

Análisis de Señales y Sistemas

Series de Fourier Complejas II

Nombre _____

Dr. Juan-Manuel CAMPOS

Recordar que la expansión compleja de Fourier de una función con periodo $2T$ tiene la forma:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

con

$$c_n = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

donde

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{2T} = \frac{\pi}{T}$$

es la frecuencia fundamental.

Las siguientes identidades pueden resultar útiles (identidad de Euler):

$$e^{jn\pi} = e^{-jn\pi} = (-1)^n \quad | \quad e^{2jn\pi} = e^{-2jn\pi} = 1 \quad | \quad e^{\frac{-jn\pi}{2}} = (-j)^n$$

1) Expandir en una Serie de Fourier Compleja:

$$f(t) = \begin{cases} -1 & -2 < t < 0 \\ 1 & 0 < t < 2 \end{cases}$$

Solución:

$$c_n = \frac{1 - (-1)^n}{n\pi j}$$

$$c_0 = 0$$

$$f(t) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{[1 - (-1)^n]}{n\pi j} e^{\frac{jn\pi t}{2}}$$

2) Expandir en una Serie de Fourier Compleja:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < 0 \\ t & 0 < t < \pi \end{cases}$$

Solución:

$$c_n = \pi \frac{(1 + nj)}{2n^2} e^{-jn\pi/2} - \frac{\pi}{2n^2}$$

$$c_0 = \frac{\pi}{4}$$

$$f(t) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{n^2} [(1 + jn)e^{-jn\pi/2} - 1] e^{jnt}$$

3) Expandir en una Serie de Fourier Compleja y graficar $|c_n|$:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & -\frac{1}{2} < t < 0 \\ 1 & 0 < t < \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} < t < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Solución:

$$c_n = \frac{j}{2n\pi} [(-j)^n - 1]$$

$$c_0 = \frac{1}{4}$$

$$f(t) = \frac{1}{4} + \frac{j}{2\pi} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{[(-j)^n - 1]}{n} e^{2jn\pi t}$$

